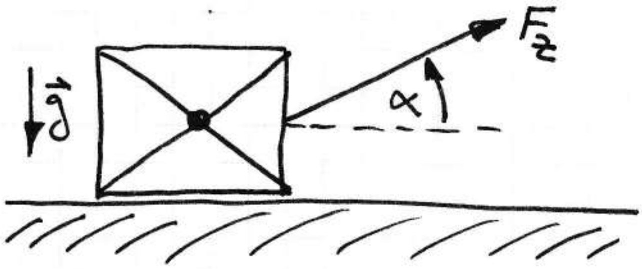
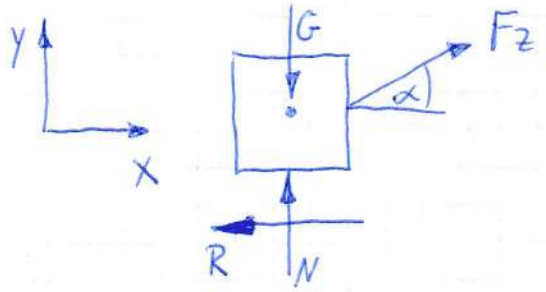


box getting pulled

	Projekt: Aufgabe_3_1	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	

HEIDELBERGER KALKSANDSTEIN
HEIDELBERGCEMENT Group

Aufgabe 3.1 – Gezogene Kiste



Bewegung in x-Richtung

$$\sum F_x = m \cdot \ddot{x} = F_Z \cos(\alpha) - R \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 = N - G + F_Z \sin(\alpha) \qquad (2)$$

(1) $m \ddot{x} = F_Z \cos(\alpha) - R \quad | \ R = \mu_g \cdot N$

$m \ddot{x} = F_Z \cos(\alpha) - \mu_g \cdot N \quad | : m$

$$\ddot{x} = \frac{F_Z \cos(\alpha) - \mu_g N}{m}$$

(2) $0 = N - G + F_Z \sin(\alpha)$

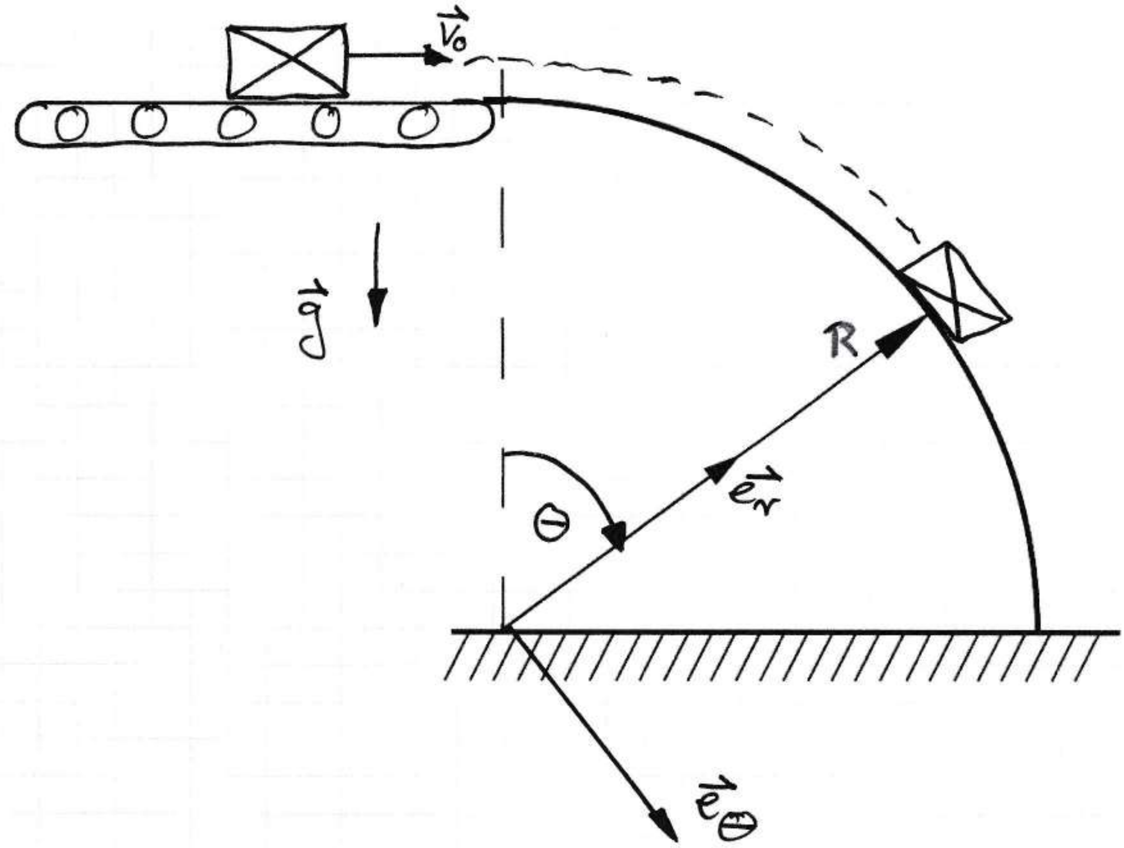
$N = m \cdot g - F_Z \sin(\alpha)$

$$\rightarrow \ddot{x} = \frac{1}{m}\left[F_Z \cos(\alpha) - \mu_g\left(mg - F_Z \sin(\alpha)\right)\right] = \text{Konst.}$$

$\ddot{x} = 7{,}46 \ m/s^2$

gleichmäßig beschleunigte Bewegung: $v_{(t)} = \ddot{x}\, t$

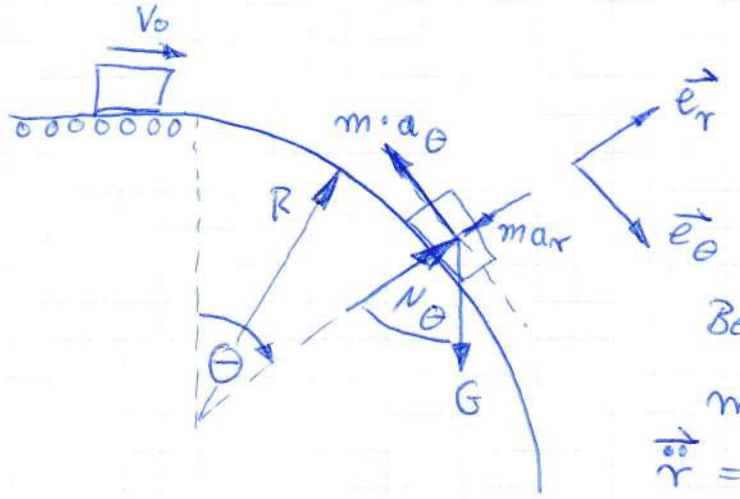
$$v_{(t_1 = 2s)} = 7{,}46 \ \frac{m}{s^2} \cdot 2s = 14{,}92 \ \frac{m}{s}$$



Box on conveyor with circular slide

	Projekt: Aufgabe_3_2	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	

Aufgabe 3.2 - Paketrutsche



$$\sum F_r = 0 = N_{(\theta)} - G\cos(\theta) - m a_r$$

$$\sum F_\theta = 0 = G\sin(\theta) - m a_\theta$$

Bewegung in Polarkoordinaten mit R = Konst.

$$\ddot{\vec{r}} = (\underbrace{\cancel{\ddot{R}}}_{=0} - R\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (R\ddot{\theta} + \underbrace{\cancel{2\dot{R}}\dot{\theta}}_{=0})\vec{e}_\theta$$

$$\rightarrow \ddot{\vec{r}} = \underbrace{-R\dot{\theta}^2}_{a_r}\vec{e}_r + \underbrace{R\ddot{\theta}}_{a_\theta}\vec{e}_\theta$$

gesucht : $\Theta_{max} = f(v_0, R)$

$\hookrightarrow$ a_r und a_θ durch $\{\Theta, v, v_0, R\}$ ausdrücken

$$a_r = -R\dot{\theta}^2 \qquad | \text{ Kreisbewegung: } v = \dot{\theta} \cdot R$$

$$a_r = -\cancel{R}\frac{v^2}{R^{\cancel{2}}} = -\frac{v^2}{R}$$

$$0 = N_{(\theta)} - G\cos(\theta) - m a_r$$

$$0 = N_{(\theta)} - G\cos(\theta) + m\frac{v^2}{R} \qquad | \text{ Abheben: } N_{(\theta)} \overset{!}{=} 0$$

$$\underset{g}{\cancel{G}}\cos(\theta) = \cancel{m}\frac{v^2}{R} \longrightarrow v^2 = gR\cos(\theta)$$

$$a_\theta = R\ddot{\theta} = \dot{v} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt}\frac{ds}{ds} = \frac{v\,dv}{ds}$$

Kreisbewegung: $ds \hat{=}$ Bogenlänge $\rightarrow ds = R\,d\theta$

$$a_\theta = \frac{v\,dv}{R\,d\theta}$$

$$0 = G\sin(\theta) - m\,a_\theta$$

$$G\sin(\theta) = m\,\frac{v\,dv}{R\,d\theta}$$

$$\cancel{G}_{g} R\sin(\theta)\,d\theta = \cancel{m}\,v\,dv \quad \Big|\int$$

$$gR\int_{\theta=0}^{\theta}\sin(\bar\theta)\,d_\theta = \int_{v_0}^{v}\bar v\,dv$$

$$-gR\cos(\bar\theta)\Big|_0^\theta = \frac{1}{2}\bar v^2\Big|_{v_0}^{v}$$

$$gR(1-\cos(\theta)) = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gR(1-\cos(\theta))$$

$$gR\cos(\theta) = v_0^2 + 2gR(1-\cos(\theta))$$

$$gR\cos(\theta) = v_0^2 + 2gR - 2gR\cos(\theta)$$

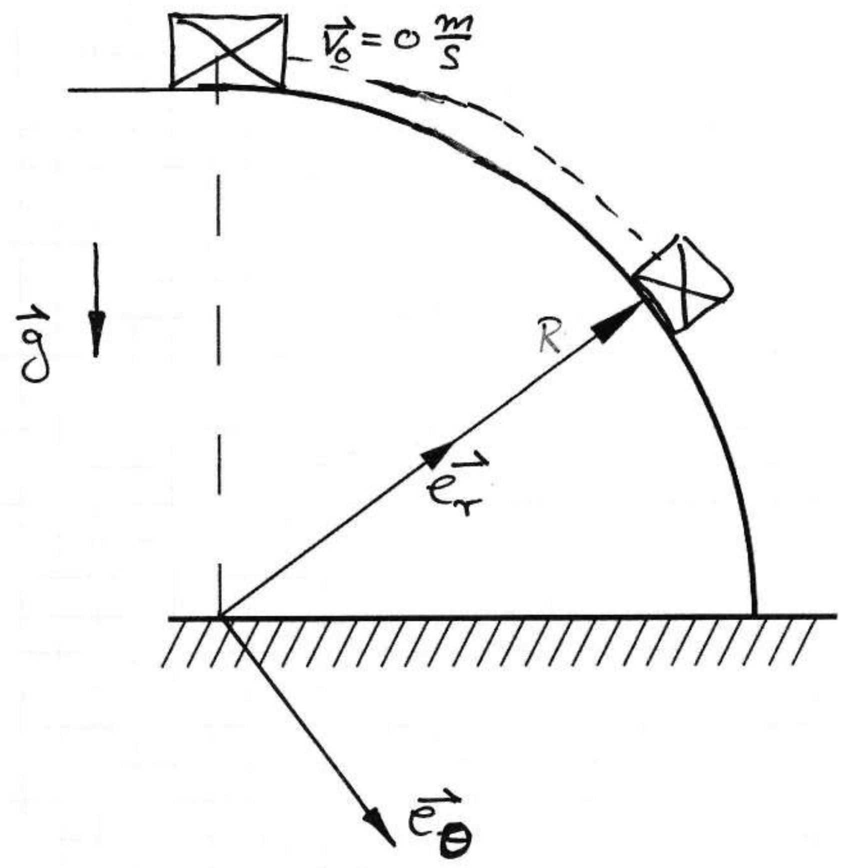
$$\cos(\theta)(gR + 2gR) = v_0^2 + 2gR$$

$$\cos(\theta) = \frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}$$

$$\theta_{max} = \cos^{-1}\left(\frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}\right)$$ → Grenzwinkel für Abheben

$$\theta_{max} \approx 35^\circ$$

$$R = 1{,}5\,m,\quad v_0 = 2{,}6\,\frac{m}{s},\quad g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$



box on circular slide

	Projekt: Aufgabe_3_3	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	

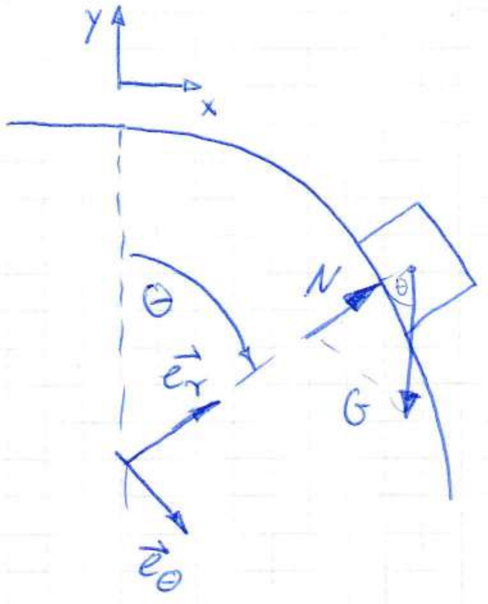
Aufgabe 3.3 - Paketrutsche Newton

Newton : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{a} = (\underbrace{\cancel{\ddot{R}}}_{=0} - R\dot{\theta}^2)\,\vec{e_r} + (R\ddot{\theta} + 2\underbrace{\cancel{\dot{R}}}_{=0}\dot{\theta})\,\vec{e_\theta}$$

$R =$ Konst.

$$\rightarrow \vec{a} = -R\dot{\theta}^2\,\vec{e_r} + R\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta}$$



$$\vec{F} = N\,\vec{e_r} + G(\cos(\theta)\,\vec{e_r} - \sin(\theta)\,\vec{e_\theta})$$

$$\vec{F} = [N + mg\cos(\theta)]\,\vec{e_r} - mg\sin(\theta)\vec{e_\theta}$$

$$\stackrel{!}{=} m\,\vec{a}$$

$$= m(-R\dot{\theta}^2\,\vec{e_r} + R\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta})$$

$$(I)\ +\cancel{m}g\sin(\theta) + \cancel{m}R\ddot{\theta} = 0$$

$$g\sin(\theta) + R\ddot{\theta} = 0$$

→ Bewegungsgleichung

$$(II)\ N = -(mg\cos(\theta) + mR\dot{\theta}^2)$$

→ Zwangskraftgleichung

$$(I)\ R\ddot{\theta} + g\sin(\theta) = 0 \quad \Big|\ \ddot{\theta} = \frac{d}{dt}\dot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\dot{\theta}$$

$$R\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\dot{\theta} = -g\sin(\theta) \quad |\cdot d\theta$$

$$R\,\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -g\sin(\theta)\,d\theta \quad |\int$$

$$\frac{1}{2}R\dot{\theta}^2 = +g\cos(\theta) + c$$

HEIDELBERGER KALKSANDSTEIN
HEIDELBERGCEMENT Group

Anfangsbedingung: $\dot{\theta}_{(\theta=0)} \overset{!}{=} 0$

$$0 = g \cdot \underbrace{\cancel{\cos(0)}}_{=1} + c$$

$$\rightarrow c = -g$$

$$\frac{1}{2} R \dot{\theta}^2 = g \cos(\theta) - g$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2}{R} g (\cos(\theta) - 1)$$

(II) $N = -(m g \cos(\theta) + m R \dot{\theta}^2)$ | Ablösen: $N \overset{!}{=} 0$

$$0 = \cancel{-m} (g \cos(\theta) + R \dot{\theta}^2)$$

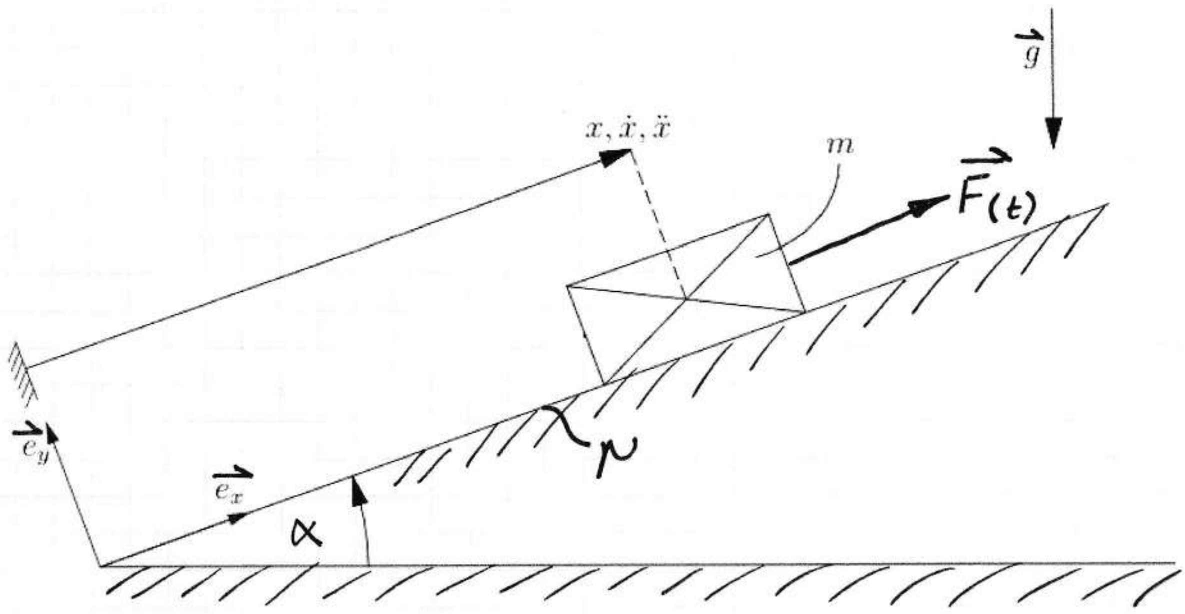
$$0 = \cancel{g} \cos(\theta) + \cancel{R} \frac{2}{\cancel{R}} \cancel{g} (\cos(\theta) - 1)$$

$$0 = \cos(\theta) + 2 \cos(\theta) - 2$$

$$3 \cos(\theta) = 2$$

$$\cos(\theta) = \frac{2}{3}$$

$$\theta_{max} = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 48{,}19° \checkmark$$



box getting pulled hill upwards

	Projekt: Aufgabe_3_4	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	

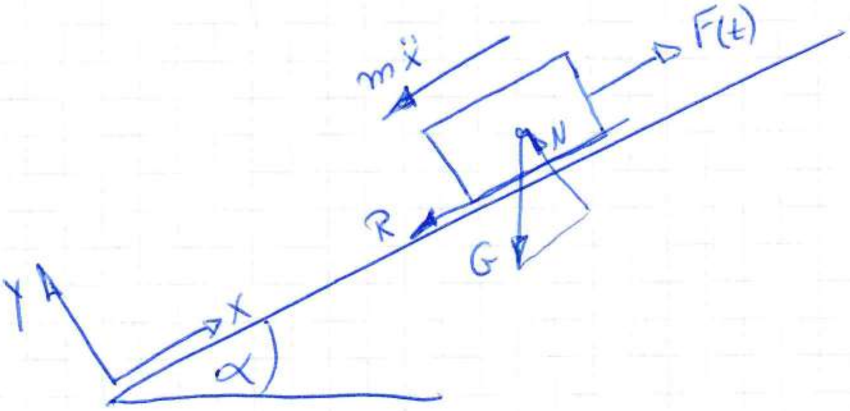
HEIDELBERGER KALKSANDSTEIN
HEIDELBERGCEMENT Group

Aufgabe 3.4 - Pyramidenbau

Beim Pyramidenbau werden die quaderförmigen Steine der Masse m eine Rampe mit dem Winkel α hinauf gezogen. Die zeitabhängige Zugkraft wird durch $F_{(t)} = \frac{3}{2} mg \left(1 - \frac{t^2}{t_1^2}\right)$ beschrieben. Der Reibungskoeffizient bei der Bewegung sei μ_G.

a) Bestimmen Sie mit dem Prinzip von d'Alembert die Bewegungsgleichung des Steins.

b) Berechnen Sie $\dot{x}_{(t)}$ und $x_{(t)}$ für $\dot{x}_{(t=0)} = x_{(t=0)} = 0$



$$\sum F_x = 0 = -m\ddot{x} + F_{(t)} - R - G\sin(\alpha)$$

$$0 = -m\ddot{x} + \frac{3}{2} mg \left(1 - \frac{t^2}{t_1^2}\right) - \mu g m \cos(\alpha) - mg\sin(\alpha)$$

↳ Bewegungsgleichung

$$\sum F_y = 0 = -mg\cos(\alpha) + N$$

$$N = mg\cos(\alpha) \rightarrow \text{Zwangskraftgleichung}$$

b) $0 = -\cancel{m}\,\ddot{x} + \frac{3}{2}\cancel{m}g\left(1-\frac{t^2}{t_1^2}\right) - \mu\,\cancel{m}g\cos(\alpha) - \cancel{m}g\sin(\alpha)$

$\ddot{x} = \frac{3}{2}g\left(1-\frac{t^2}{t_1^2}\right) - \mu g\cos(\alpha) - g\sin(\alpha)$

$\ddot{x} = g\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\frac{t^2}{t_1^2} - \mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha)\right)$

$\ddot{x} = g\left(A - \frac{3}{2}\frac{t^2}{t_1^2}\right) \quad \Big|\, A = \frac{3}{2} - \mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha) = \text{Konst.}$

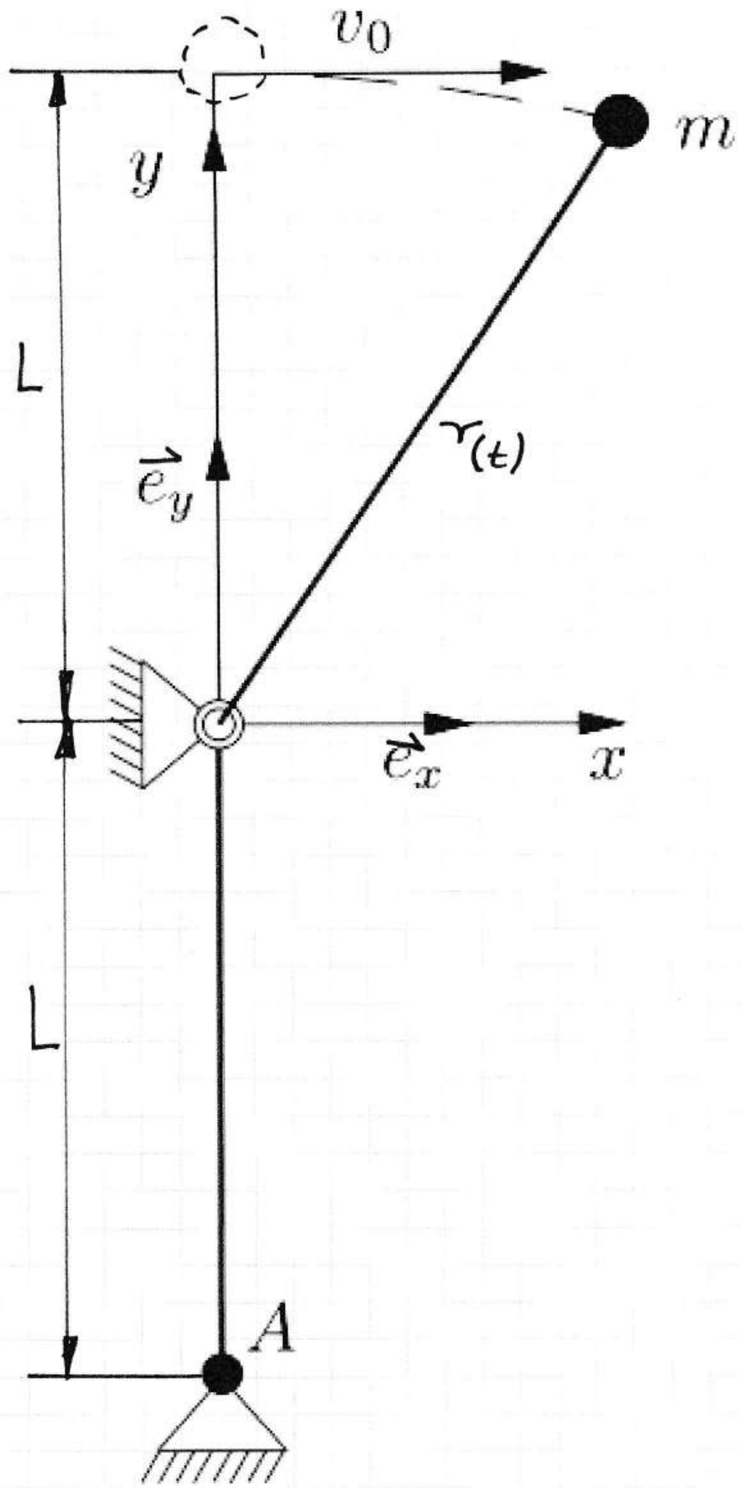
↳ Integration

$\dot{x}_{(t)} = g\left(At - \frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}\frac{t^3}{t_1^2}\right) + c_1 = g\left(At - \frac{1}{2}\frac{t^3}{t_1^2}\right) + c_1$

$\dot{x}_{(t=0)} \overset{!}{=} 0 \rightarrow c_1 = 0$

$x_{(t)} = g\left(\frac{1}{2}At^2 - \frac{4}{\cancel{4}2}\frac{t^4}{t_1^2}\right) + c_2$

$\dot{x}_{(0)} = 0 \rightarrow c_2 = 0$ $\searrow$ $x_{(t)} = g\left(\frac{1}{2}At^2 - 2\frac{t^4}{t_1^2}\right)$



ball attached to elastic string

	Projekt: Aufgabe-3-5	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	

Aufgabe 3.5 - Elastisches Pendel

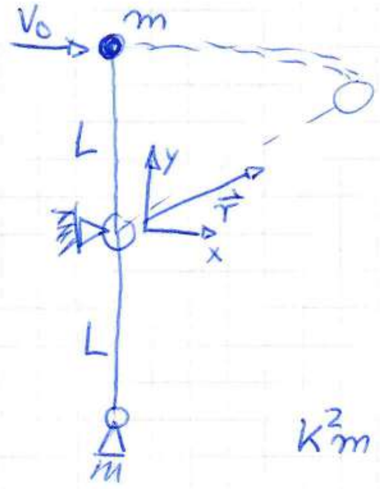
Ein elastischer Faden ist im Punkt A befestigt und hat die ungespannte Läng L. Der Faden wird durch ein glattes Auge bis zur Länge 2L gespannt. Am Ende des Fadens ist eine Kugel der Masse m angebracht, die reibungsfrei in der x-y-Ebene gleitet. Die Kugel wird zum Zeitpunkt $t=0$ mit v_0 in e_x-Richtung losgelassen. Die Federkonstante sei $k^2 m$.

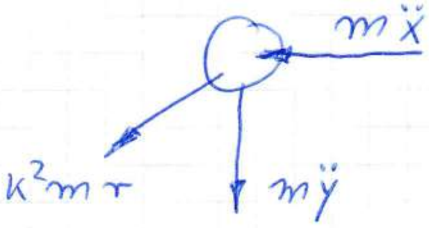
a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung in Karthesischen Koordinaten

b) Berechnen Sie mit dem Ansatz

$$x_{(t)} = c_1 \cos(kt) + c_2 \sin(kt) \; ; \; y_{(t)} = c_3 \cos(kt) + c_4 \sin(kt)$$

mit entsprechenden Anfangsbedingungen die Lösung der Bewegungsgleichung





$$k^2 m r \vec{e_r} = k^2 m x \vec{e_x} + k^2 m y \vec{e_y}$$

a) $\cancel{m} \ddot{x} = -k^2 \cancel{m} x \;\rightarrow\; \ddot{x} = -k^2 x$

$\cancel{m} \ddot{y} = -k^2 \cancel{m} y \;\rightarrow\; \ddot{y} = -k^2 y$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k^2 x \\ -k^2 y \end{pmatrix} \rightarrow \text{Bewegungsgleichung}$$

b) $\ddot{x} = -k^2 x$

$x_{(t)} = c_1 \cos(kt) + c_2 \sin(kt)$

AB: $x_{(t=0)} \overset{!}{=} 0 \rightarrow c_1 = 0$

$x_{(t)} = c_2 \sin(kt)$

$\dot{x}_{(t)} = c_2 k \cos(kt)$

AB: $\dot{x}_{(t=0)} = v_0 \rightarrow c_2 = \frac{v_0}{k}$

$\Rightarrow x_{(t)} = \frac{v_0}{k} \sin(kt)$

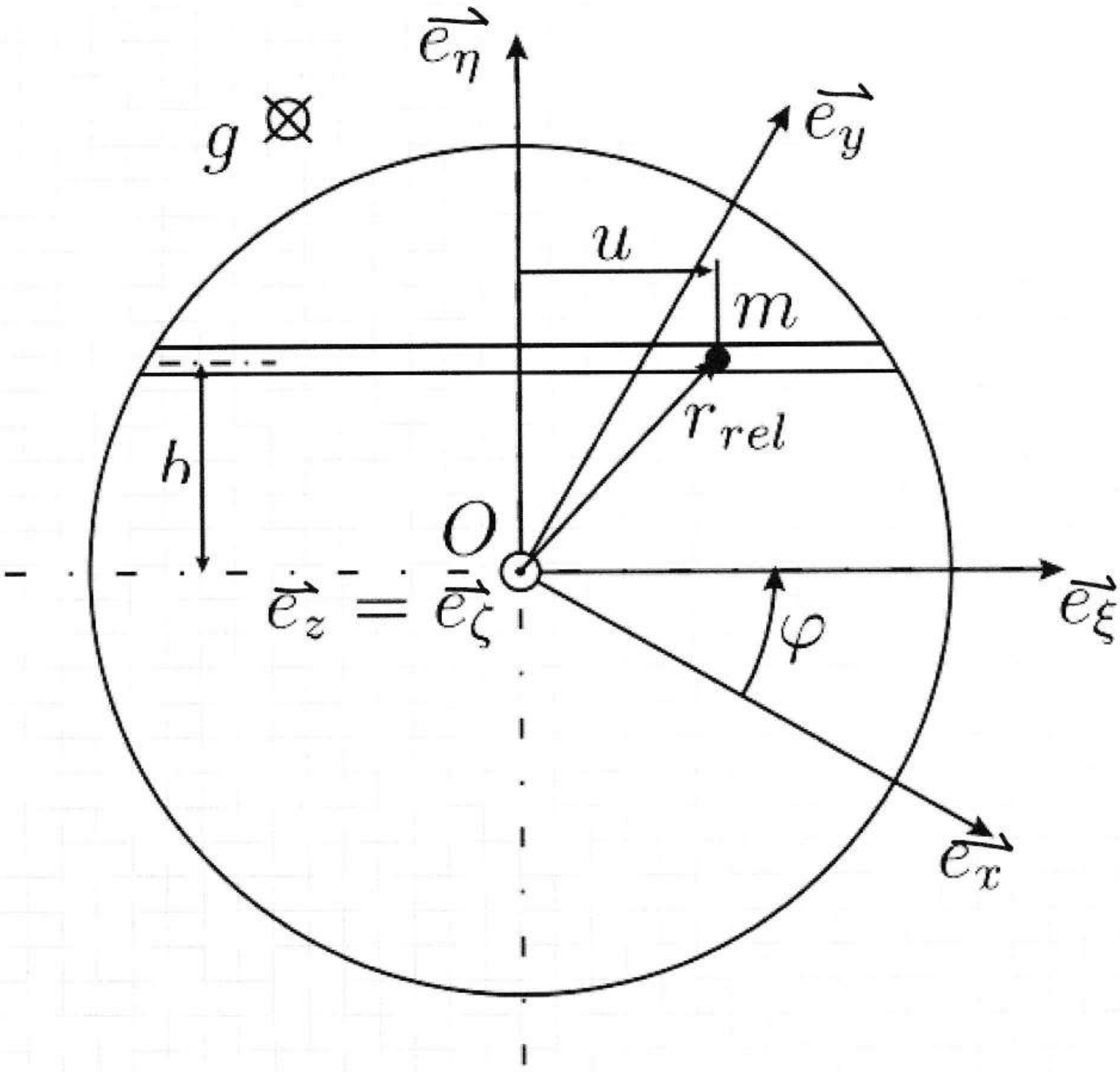
$\ddot{y} = -k^2 y$

$y_{(t)} = c_3 \cos(kt) + c_4 \sin(kt)$

AB: $y_{(t=0)} = L \rightarrow c_3 = L$

$\dot{y}_{(t \neq 0)} = 0 \rightarrow c_4 = 0$

$\Rightarrow y_{(t)} = L \cos(kt)$



rotating disc with slot and moving ball

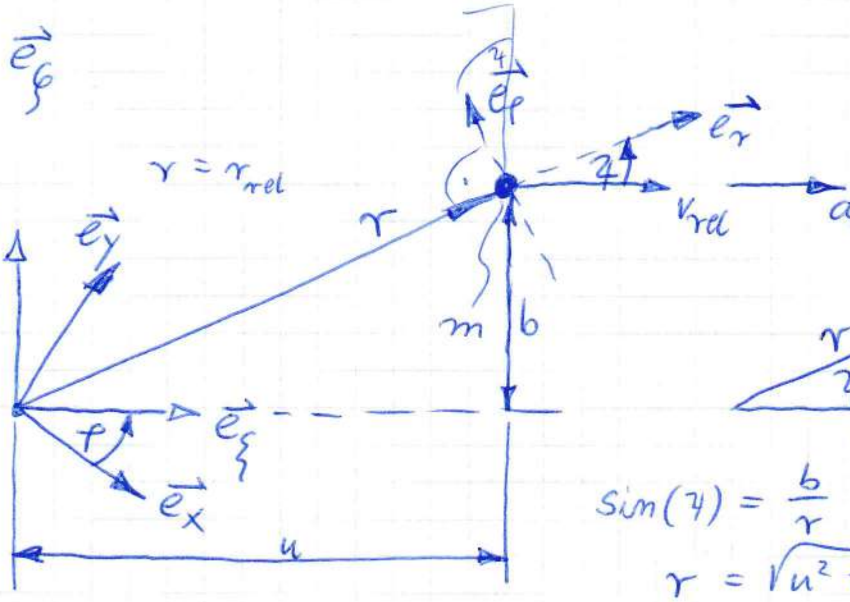
	Projekt: Aufgabe_3-6	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	

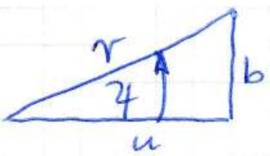
Aufgabe 3.6 - Scheibe mit Schlitz

Eine ebene Scheibe dreht sich in der horizontalen Ebene mit $\dot{\varphi}_{(t)} \neq$ konst. Die Scheibe besitzt im Abstand b vom Drehpunkt O einen Schlitz parallel zur ξ-Achse. In der Aussparung bewegt sich ein Körper der Masse m reibungsfrei.

a) Benennen Sie alle auf m wirkenden Beschleunigungsanteile
b) Ermitteln Sie die Bewegungsgleichung und die Zwangskraftgleichung im $\xi\eta$-Koordinatensystem nach dem Prinzip von Newton.

a) $\vec{e}_z = \vec{e}_\zeta$





$\sin(\psi) = \frac{b}{r}$; $\cos(\psi) = \frac{u}{r}$

$r = \sqrt{u^2 + b^2}$

$$\vec{e}_r = \cos(\psi)\,\vec{e}_\xi + \sin(\psi)\,\vec{e}_\eta = \frac{u}{r}\,\vec{e}_\xi + \frac{b}{r}\,\vec{e}_\eta$$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin(\psi)\,\vec{e}_\xi + \cos(\psi)\,\vec{e}_\eta = -\frac{u}{r}\,\vec{e}_\xi + \frac{b}{r}\,\vec{e}_\eta$$

Beschleunigungsanteile:

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{F,T} + \vec{a}_{F,R}^{(t)} + a_{F,R}^{(r)} + \vec{a}_{cor} + \vec{a}_{rel}$$

$\vec{a}_{F,T} = 0$ (nur Drehung des xy-Koordinatensystems)

$$\vec{a}_{F,R}^{(t)} = {}^{A}\vec{\alpha}^{B} \times \vec{r}_{rel} = \ddot{\varphi}\,\vec{e}_{\varphi} \times r\,\vec{e}_{r} = r\,\ddot{\varphi}\,\vec{e}_{\varphi}$$

$$\vec{a}_{F,R}^{(r)} = {}^{A}\vec{\omega}^{B} \times ({}^{A}\vec{\omega}^{B} \times \vec{r}_{rel}) = \dot{\varphi}\,\vec{e}_{\varphi} \times (\dot{\varphi}\,\vec{e}_{\varphi} \times r\,\vec{e}_{r})$$
$$= -\dot{\varphi}^{2}\,r\,\vec{e}_{r} \quad (SMK)$$

$$\vec{a}_{cor} = 2\,{}^{A}\vec{\omega}^{B} \times \vec{v}_{rel} = 2\,\dot{\varphi}\,\vec{e}_{\varphi} \times \dot{u}\,\vec{e}_{\xi} = 2\,\dot{u}\,\dot{\varphi}\,\vec{e}_{\eta}$$

$$\vec{a}_{rel} = \ddot{u}\,\vec{e}_{\xi}$$

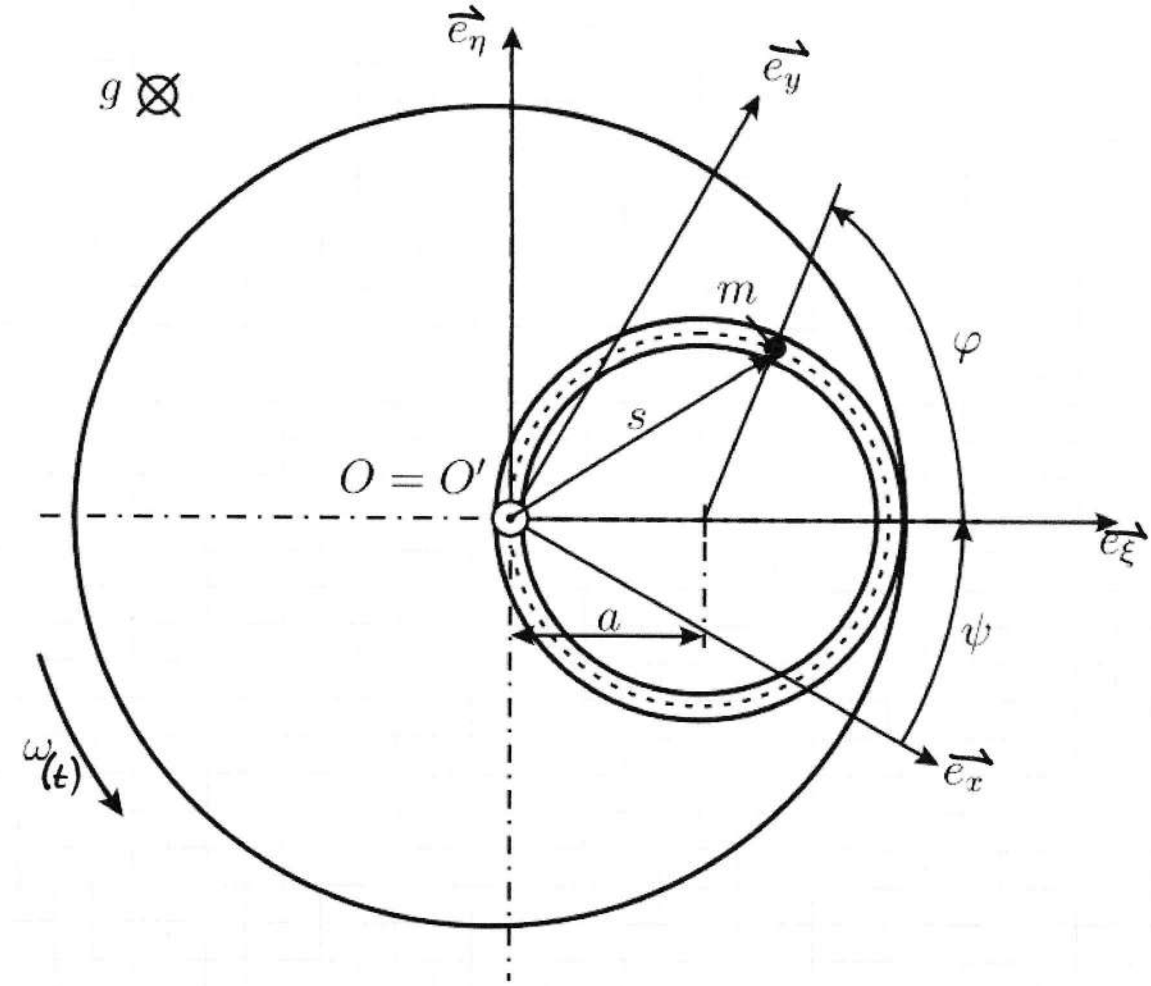
b) $\sum F_{\xi} = m \cdot \ddot{u} = -\dot{\varphi}\,r\cos(\psi)m - r\,\ddot{\varphi}\sin(\psi)m$

$$\cancel{m}\,\ddot{u} = (-\dot{\varphi}\,u - \ddot{\varphi}\,b)\,\cancel{m}$$

$$\ddot{u} = -u\dot{\varphi} - b\ddot{\varphi} \quad (I) \text{ Bewegungsgleichung}$$

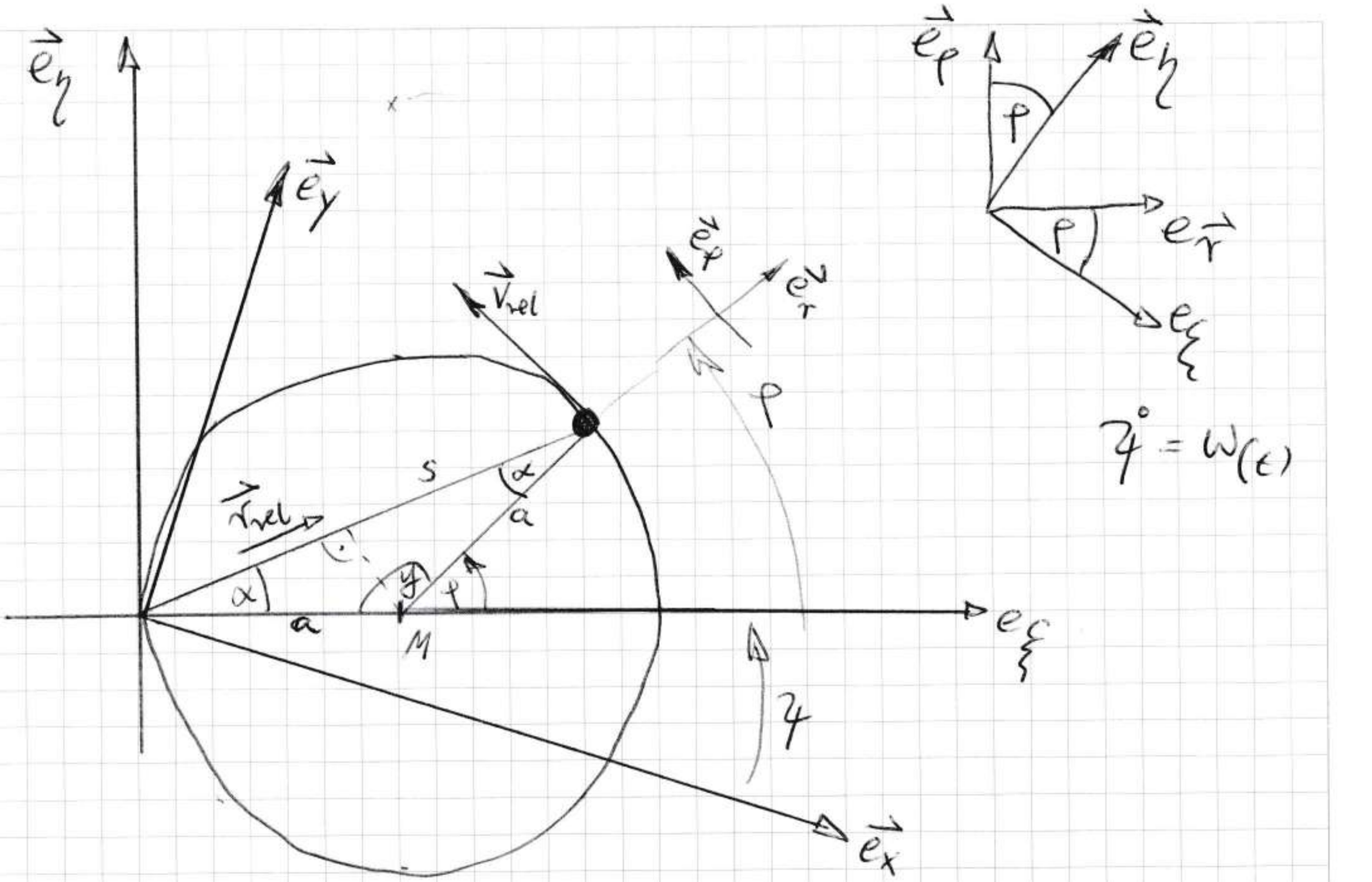
$$\sum F_{\eta} = -N + m\,2\,\dot{u}\,\dot{\varphi} - m\,\dot{\varphi}^{2}\,r\sin(\psi) + m\,r\,\ddot{\varphi}\cos(\psi)$$

$$N = m(u\ddot{\varphi} - b\dot{\varphi}^{2} + 2\dot{u}\dot{\varphi}) \quad (II) \text{ Zwangskraftgleichung}$$



rotating disc with circular slot and ball

	Projekt: Aufgabe_3_8	Datum:	Pos.:	Seite:
	Name:	Revision:	Kap.:	



1) $\vec{r}_{rel}$ mit bekannten Daten im $\vec{e}_\xi\ \vec{e}_\eta$ Koordinatensystem

$$\vec{r}_{rel} = \cos(\alpha) s\, \vec{e}_\xi + \sin(\alpha) s\, \vec{e}_\eta$$

↯ α ist unbekannt, Übersetzung von $\vec{e}_\xi, \vec{e}_\eta$ ins $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi$ KooSys

gleichschenkliges Dreieck: $\gamma = 180° - 2\alpha$

aus $180° \rightarrow \gamma = 180° - \varphi$

$\Rightarrow \cancel{180°} - 2\alpha = \cancel{180°} - \varphi \quad | :2$

$$\boxed{\alpha = \frac{\varphi}{2}}$$

$\vec{e}_\xi = \cos(\varphi)\vec{e}_r - \sin(\varphi)\vec{e}_\varphi$

$\vec{e}_\eta = \sin(\varphi)\vec{e}_r + \cos(\varphi)\vec{e}_\varphi$

$$\vec{r}_{rel} = \cos(\alpha)\, s\, \vec{e}_\xi + \sin(\alpha)\, s\, \vec{e}_\eta$$

$$\vec{r}_{rel} = \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) s\, \vec{e}_\xi + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) s\, \vec{e}_\eta$$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s/2}{a} \qquad |\cdot a \quad |\cdot 2$$

$$\rightarrow s = 2a \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{r}_{rel} = 2a \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \vec{e}_\xi + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) 2a\, \vec{e}_\eta$$

2) Anteile der Absolutbeschleunigung in $\vec{e}_r$ und $\vec{e}_\varphi$

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{F,T} + \vec{a}^{(t)}_{F,R} + \vec{a}^{(r)}_{F,R} + \vec{a}_{cor} + \vec{a}_{rel}$$

$\vec{a}_{F,T} = 0$ weil keine Translation

$$\vec{a}^{(t)}_{F,R} = \vec{\alpha} \times \vec{r}_{rel} = \dot{\omega}\, \vec{e}_\zeta \times \left[\overset{\vec{e}_\eta}{2a \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \vec{e}_\xi} + \underset{-\vec{e}_\xi}{2a \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\vec{e}_\eta}\right]$$

$$= 2a\dot{\omega} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \vec{e}_\eta - 2a\dot{\omega} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\vec{e}_\xi$$

Übersetzung in $\vec{e}_\varphi, \vec{e}_r$

$$= \underline{2a\dot{\omega}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \sin(\varphi)\vec{e}_r} + 2a\dot{\omega}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \cos(\varphi)\vec{e}_\varphi$$

$$\underline{- 2a\dot{\omega}\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos(\varphi)\vec{e}_r} + 2a\dot{\omega}\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin(\varphi)\vec{e}_\varphi$$

$$\vec{a}_{F,R}^{(t)} = 2a\dot{\omega}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin(\varphi) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos(\varphi)\right]\vec{e}_r$$

$$+ 2a\dot{\omega}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos(\varphi) + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin(\varphi)\right]\vec{e}_\varphi$$

Additions-theoreme

$$= a\dot{\omega}\sin(\varphi)\,\vec{e}_r + a\dot{\omega}\left(1+\cos(\varphi)\right)\vec{e}_\varphi$$

$$\vec{a}_{F,R}^{(r)} = \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_{rel}\right) \qquad \Big|\ \vec{\omega} = \omega\,\vec{e}_\zeta$$

$$\boxed{-\omega^2 r\,\vec{e}_{rel}} \overset{SSK}{=} -\omega^2 2a\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\vec{e}_\xi - \omega^2 2a\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\vec{e}_\eta$$

$$= \underline{-\omega^2 2a\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\cos(\varphi)\,\vec{e}_r} + 2a\omega^2\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\sin(\varphi)\,\vec{e}_\varphi$$

$$\underline{-2a\omega^2\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin(\varphi)\,\vec{e}_r} - 2a\omega^2\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos(\varphi)\,\vec{e}_\varphi$$

$$= -2a\omega^2\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\cos(\varphi) + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin(\varphi)\right]\vec{e}_r$$

$$+ 2a\omega^2\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\sin(\varphi) - \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos(\varphi)\right]\vec{e}_\varphi$$

$$= a\omega^2\left(1+\cos(\varphi)\right)\vec{e}_r + a\omega^2\sin(\varphi)\,\vec{e}_\varphi$$

$$\vec{r}_{rel} = 2a\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 \vec{e}_\xi + 2a\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\vec{e}_\eta$$

$$\vec{v}_{rel} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r}_{rel}\right)$$

$$= 2a\left[-\cancel{2}\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\frac{1}{\cancel{2}}\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\xi + 2a\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\cdot\dot{\varphi}\cdot\frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\dot{\varphi}\frac{1}{2}\right]\vec{e}_\eta$$

$$= 2a\left[-\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\xi + a\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\dot{\varphi} - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\eta$$

$\cancel{\vec{a}_{rel} = 2a[}$

$$V_{rel} = 2a\left[-\frac{1}{2}\sin(\varphi)\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\xi + a\left[\cos(\varphi)\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\eta$$

$$= -a\left[\sin(\varphi)\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\xi + a\left[\cos(\varphi)\dot{\varphi}\right]\vec{e}_\eta$$

$$\vec{a}_{rel} = -a\left[\cos(\varphi)\dot{\varphi}^2 + \sin(\varphi)\ddot{\varphi}\right]\vec{e}_\xi + a\left[-\sin(\varphi)\dot{\varphi}^2 + \cos(\varphi)\ddot{\varphi}\right]\vec{e}_\eta$$

$$\vec{a}_{rel} = -a\left(\cos(\varphi)\dot{\varphi}^2 + \sin(\varphi)\ddot{\varphi}\right)\cos(\varphi)\vec{e}_r + a\left(\cos(\varphi)\dot{\varphi}^2 + \sin(\varphi)\ddot{\varphi}\right)\sin(\varphi)\vec{e}_\varphi$$

$$- a\left(\sin(\varphi)\dot{\varphi}^2 + \cos(\varphi)\ddot{\varphi}\right)\sin(\varphi)\vec{e}_r - a\left(\sin(\varphi)\dot{\varphi}^2 + \cos(\varphi)\ddot{\varphi}\right)\cos(\varphi)\vec{e}_\varphi$$

$$= -a\left(\dot{\varphi}^2\right)\vec{e}_r + a\left(\ddot{\varphi}\right)\vec{e}_\varphi$$

$$= -a\dot{\varphi}^2\vec{e}_r + a\ddot{\varphi}\vec{e}_\varphi$$

4/5

$$\vec{a}_{Cor} = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$$

$$= 2\,\omega\,\vec{e}_{\zeta} \times \left[-a\dot{\varphi}\sin(\varphi)\,\vec{e}_{\xi} + a\dot{\varphi}\cos(\varphi)\,\vec{e}_{\eta}\right]$$

$$= -2a\omega\sin(\varphi)\dot{\varphi}\,\vec{e}_{\eta} \cancel{+} -2a\omega\dot{\varphi}\cos(\varphi)\,\vec{e}_{\xi}$$

$$= -2a\omega\dot{\varphi}\left[\sin(\varphi)\,\vec{e}_{\eta} + \cos(\varphi)\,\vec{e}_{\xi}\right]$$

$$= -2a\omega\dot{\varphi}\left[\left(\sin(\varphi)^2\,\vec{e}_r + \sin(\varphi)\cos(\varphi)\,\vec{e}_{\varphi}\right) + \left(\cos(\varphi)^2\,\vec{e}_r - \cos(\varphi)\sin(\varphi)\,\vec{e}_{\varphi}\right)\right]$$

$$= -2a\omega\dot{\varphi}\,\vec{e}_r + 0\,\vec{e}_{\varphi}$$

5|5